

## Devoir 3

*A rendre le 10/01/2007*

Soit  $P$  l'ensemble des nombres premiers et  $b \in P$ . Notons

$$E_b = \left\{ \frac{m}{b^n}, m \in \mathbb{Z}, n \in \mathbb{N} \right\}$$

$$E = \bigcup_{b \in P} E_b$$

### Exercice I

1. L'ensemble  $E_b$  muni de l'addition et de la multiplication est-il un anneau ?
2. L'ensemble  $E$  muni de l'addition et de la multiplication est-il un anneau ?
3. A-t'on  $E \subset \mathbb{Q}$  ? A-t'on  $E = \mathbb{Q}$  ?

### Exercice II

1. Montrer que pour tout  $b \in P$ , l'ensemble  $E_b$  est dense dans  $\mathbb{R}$ .
2. En déduire que  $E$  est dense dans  $\mathbb{R}$ .

### Exercice III

1. L'ensemble  $E$  est-il un ouvert ?
2. Existe-t'il un point de  $E$  dont  $E$  soit un voisinage ?

### Exercice IV

Existe-t'il une suite d'éléments de  $E$  qui converge vers  $\pi$  ?