Devoir 1

A rendre le 20/09/2007

Soit f la fonction définie de $\mathbb{R}^2$ dans $\mathbb{R}$ par

$$f(x,y) = x^2 + y^2 + \cos\left(\frac{\pi}{2}x + \frac{\pi}{2}y\right) - 2xy$$

Exercice I

1. Déterminer les points critiques de f

2. Déterminer la matrice hessienne de f en chaque point critique

3. En déduire la nature de chaque point critique

Exercice II

1. La fonction f admet-elle un ou des minima ?

2. La fonction f admet-elle un ou des maxima ?

3. La fonction f admet-elle un ou des minima globaux ?

4. La fonction f admet-elle un ou des maxima globaux ?

Exercice III

1. Si f admet un ou des point-selles, determiner les lignes séparatrices de col.

2. Esquisser les courbes de niveau au voisinage des points critiques.

3. Au moyen d'un ordinateur, dessiner la surface représentant f. Justifiez le choix du repère et de l'angle de vue.