Pôle Universitaire Léonard de Vinci — S5 – Année 2005-2006
CS 202 – Introduction à l'optimisation — Promotion ESILV 2008

Examen du 14/11/2005

Durée de l'épreuve : 2 heures

L'usage des calculatrices et des documents est interdit. Tous les exercices sont indépendants. Vos réponses doivent être justifiées. Le barème est donné à titre indicatif.

Exercice I (6 points)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}^3$ par

$$f(x, y, z) = \exp(x^2 + 2y^2 + 3z^2) + \ln(x^2 + 2y^2 + 3z^2 + 1) + (x^2 + 2y^2 + 3z^2)^4 + x^2 + 2y^2 + 3z^2$$

1. Déterminer le ou les points où f admet un extremum local.

2. La fonction f admet-elle un minimum global ? Un maximum global ?

Exercice II (7 points)

1. Considérons la fonction f définie sur $]0, +\infty[^2$ par $f(x, y) = (1 + x)(1 + y)$ et la contrainte $xy = 4$. Déterminer le seul extrema possible de f sous cette contrainte.

2. Soit $n \geq 2$ un entier. Considérons la fonction f définie sur $]0, +\infty[^n$ par

$$f(x_1, \ldots, x_n) = \Pi_{i=1}^n (1 + x_i) = (1 + x_1) \ldots (1 + x_n)$$

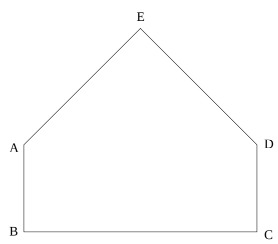
et la contrainte

$$\Pi_{i=1}^n x_i = 2^n$$

Déterminer le seul extrema possible de f sous cette contrainte.

Exercice III (7 points)

Considérons le pentagon $(ABCDE)$ constitué par un rectangle $(ABCD)$ non plat et un triangle (ADE) isocèle rectangle comme déssiné sur la figure ci-dessous.



On suppose que les unités sont en centimètre. Déterminer les longueurs des cotés afin que l'aire de $(ABCDE)$ soit maximale et son le périmètre soit inférieur ou égal à $2 + 4\sqrt{2}$ cm. On ne demande pas de vérifier les conditions secondes.