

Feuille d'exercices 2

Modèle de Mindlin-Timoshenko¹

Exercice I

On considère l'énergie cinétique E_c correspondant au modèle de Mindlin-Timoshenko¹.

1. Calculer E_c
2. Calculer la dérivée de Gâteaux de E_c dans la direction d'un test.

Exercice II

On note

$$a_0(\phi, \psi; \hat{\phi}, \hat{\psi}) = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} \left[\frac{\partial \psi}{\partial x_1} \frac{\partial \hat{\psi}}{\partial x_1} + \frac{\partial \phi}{\partial x_2} \frac{\partial \hat{\phi}}{\partial x_2} + \nu \frac{\partial \psi}{\partial x_1} \frac{\partial \hat{\phi}}{\partial x_2} \right. \\ \left. + \nu \frac{\partial \phi}{\partial x_2} \frac{\partial \hat{\psi}}{\partial x_1} + \frac{1-\nu}{2} \left(\frac{\partial \psi}{\partial x_2} + \frac{\partial \phi}{\partial x_1} \right) \left(\frac{\partial \hat{\psi}}{\partial x_2} + \frac{\partial \hat{\phi}}{\partial x_1} \right) \right]$$

$$a_1(\phi, \psi, w; \hat{\phi}, \hat{\psi}, \hat{w}) = \left(\psi + \frac{\partial w}{\partial x_1} \right) \left(\hat{\psi} + \frac{\partial \hat{w}}{\partial x_1} \right) + \left(\phi + \frac{\partial w}{\partial x_2} \right) \left(\hat{\phi} + \frac{\partial \hat{w}}{\partial x_2} \right)$$

$$a(\phi, \psi, w; \hat{\phi}, \hat{\psi}, \hat{w}) = a_0(\phi, \psi; \hat{\phi}, \hat{\psi}) + Ka_1(\phi, \psi, w; \hat{\phi}, \hat{\psi}, \hat{w})$$

$$c(\phi, \psi, w; \hat{\phi}, \hat{\psi}, \hat{w}) = \rho h \left(\frac{h^2}{12} \psi \hat{\psi} + \frac{h^2}{12} \phi \hat{\phi} + w \hat{w} \right)$$

1. Déterminer une expression de la dérivée de Gâteaux du Lagrangien associé au modèle de Mindlin-Timoshenko¹, exprimé au moyen des fonctions ci-dessus.
2. Retrouver la forme forte du modèle de Mindlin-Timoshenko¹.

¹Stepan Timoshenko, ingénieur ukrainien du XXe siècle, travailla en particulier sur les problèmes d'élasticité et de résistance des matériaux. Il est considéré comme l'un des fondateurs de la mécanique moderne.



Stepan Prokofyevich Timoshenko (1878–1972)