

Devoir 2

A rendre le 10/01/03

Soit α et β deux réels. On se propose de déterminer la nature de la série suivante en fonction de α et β .

$$S = \sum_{n \geq 2} \frac{1}{n^\alpha \ln(n)^\beta}$$

Exercice I

1. Etudier la convergence de S si $\alpha > 1$ ou si $\alpha < 1$.
2. On se place dans le cas $\alpha = 1$. Montrer que si $\beta \leq 0$ alors la série diverge.

Exercice II

On suppose désormais que $\alpha = 1$ et $\beta > 0$.

1. Soit f_β la fonction définie par

$$f_\beta(x) = \frac{1}{x \ln(x)^\beta}$$

Déterminer une primitive F_β de la fonction f_β (on pourra distinguer les cas $\beta = 1$ et $\beta \neq 1$).

2. Etudier la convergence de S .