

Interrogation du 12/4/2001

Durée de l'épreuve : 1 heure 15

L'usage des calculatrices et des documents est interdit. On pourra utiliser les inégalités suivantes

$$2 < \ln 8 < 2.1$$

$$1.7 < \sqrt{3} < 1.8$$

Vos réponses doivent être justifiées et rédigées. Les trois exercices sont indépendants. Le barème est donné à titre indicatif.

Exercice I (6 points)

Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}^*$ on a

$$\sum_{p=1}^n \frac{1}{p(p+1)} = \frac{n}{n+1}$$

Exercice II (6 points)

Résoudre dans \mathbb{R} l'inéquation suivante

$$|x^2 + 3x + 2| \geq |x + 4|$$

Exercice III (8 points)

1. Soit $(v_n)_{n \geq 2}$ la suite définie par

$$v_n = \frac{n}{(\ln n)^2}$$

Montrer que cette suite est croissante des son 7e terme (c'est-à-dire pour $n \geq 8$).

2. En déduire que pour tout entier $n \geq 8$ on a

$$n \geq (\ln n)^2$$

3. En utilisant la définition de la limite, montrer que

$$\lim \frac{n}{\ln n} = +\infty$$