

## Interrogation du 05/10/2009

*Durée de l'épreuve : 1 heure 15*

**L'usage des calculatrices est interdit. L'usage des documents est autorisé. Les exercices sont indépendants. Le barème est donné à titre indicatif.**

### Exercice I (6 points)

1. Une année est bisextile si elle est
  - divisible par 4 et non divisible par 100
  - ou divisible par 400

Faire une fonction `est_bisextile` qui prend comme argument une année et retourne 1 si l'année est bisextile et 0 sinon

2. Faire une fonction `jours_dans_mois` qui prend comme argument un mois (représenté par un entier) et une année et retourne le nombre de jours de ce mois.
3. Faire une type structuré `DATE` dont les champs sont le jour, le mois et l'année.
4. Faire une fonction `date_difference` qui prend comme argument deux variables de type `DATE` et qui retourne le nombre de jours séparant ces deux dates. On pourra faire l'hypothèse que les dates entrées sont postérieures au 15 octobre 1582, date d'introduction du calendrier Grégorien.

### Exercice II (8 points)

L'indicatrice d'Euler  $\varphi$  est la fonction définie de  $\mathbb{N}^*$  dans  $\mathbb{N}^*$  qui à  $n \in \mathbb{N}^*$  associe le nombre d'entiers strictement positifs inférieurs ou égaux à  $n$  et premiers avec  $n$ . Par exemple  $\varphi(9) = 6$  puisque 1, 2, 4, 5, 7 et 8 sont premiers avec 9 mais que 3, 6 et 9 ne le sont pas.

1. Faire une fonction `is_coprime` qui prend en argument deux entiers naturels non nuls et retourne 1 s'ils sont premiers entre eux et 0 sinon.
2. Faire une fonction qui prend en argument un entier naturel non nul et retourne  $\varphi(n)$ .
3. En 1907, Robert Carmichael publia un théorème affirmant que

$$\forall n \in \mathbb{N}^*, \exists m \in \mathbb{N}^* \setminus \{n\}, \varphi(n) = \varphi(m)$$

toutefois on découvrit que sa preuve était éronnée et ce résultat est connu sous le nom de conjecture de Carmichael depuis 1922. A ce jour, aucune preuve de ce résultat n'est connue. Faites un programme qui vérifie cette conjecture pour les 10000 premiers entiers naturels non nuls. Indiquez à quel endroit vous mettez les fonctions précédemment construites.

4. Faire un (autre) programme qui affiche  $n$ ,  $\varphi(n)$  et si  $n$  est premier ou non, pour  $n$  entre 2 et 100. Indiquez à quel endroit vous mettez les fonctions construites dans les questions 1 et 2.

### Exercice III (6 points)

Le numéro d'un billet d'avion est composé de 15 chiffres.

- Le premier chiffre est le numéro du voyage (par exemple, 1 pour l'aller et 2 pour le retour).
- Les trois chiffres suivants correspondent au numéro de la compagnie aérienne (par exemple 006 pour Delta Airlines, 057 pour Air France et 217 pour Thai Airways qui apparait sur la photo ci-dessous)
- Les dix chiffres suivants constituent le numéro du document (par exemple 4851913640).
- Le dernier chiffre est une somme de contrôle.

La somme de contrôle est égale au reste de la division par 7 du nombre entier de 14 chiffres constitué par les trois premières composantes.

**PASSENGER TICKET AND BAGGAGE CHECK**  
 SUBJECT TO CONDITIONS OF CONTRACT  
 ISSUED BY: THAI AIRWAYS INTL  
 IATA-BSP: 27FEB06  
 DATE OF ISSUE: 27 FEB 06  
 FLIGHT COUPON: 1 OF 3  
 MEMBER ID: 7906 AA / AA  
 ISS. OFF. CODE: DE  
 NAME OF PASSENGER: SEBULKE/BUALONG MRS  
 FT-TG, TGRR1571  
 ALLIANCE: DE  
 CARRIER FLIGHT: TG 0925 Q 30MAR 2110  
 CLASS: Q  
 TIME: 0925  
 FROM: MUC  
 TO: BKK  
 RETURN: 1  
 FROM: BKK  
 TO: MUC  
 TIME: 2110  
 DATE: 30MAR  
 VLD TG OPERATED FLTS ONLY/RBKG FEE EUR100/NO REROUT  
 ORIGINAL ISSUE: ISSUED IN EXCHANGE FOR: 7136WJA  
 FARE CALCULATION: MUC TG BKK//UTH TG X/BKK TG MUC H/IT END XT6.00DE1.07TS  
 FARE: EUR 99.69YQ  
 TAXES: EUR 14.92RA  
 TOTAL: EUR 7.07XT  
 FORM OF PAYMENT: INV  
 SEQ. NO. ALLOW. POS. CK. WT. UNCK. WT. 30K  
 DOCUMENT NUMBER: 1 217 4851913640 3  
 BAGGAGE NO.: 1 217 4851913640 3  
 DO NOT MARK OR WRITE IN THE WHITE AREA ABOVE

Faire un programme qui demande à l'utilisateur d'entrer le numéro du voyage, le numéro de la compagnie aérienne, les cinq premiers chiffres du numéro du document, les cinq derniers chiffres du numéro du document, la clef de contrôle et qui indique si le numéro du billet est correct.

Les entiers seront tous de type `int` (dont la taille maximale est  $2^{31} - 1$ ).

On pourra utiliser (ou non) que  $10^2 \bmod 7 = 2$ ,  $10^3 \bmod 7 = 6$ ,  $10^4 \bmod 7 = 4$ ,  $10^5 \bmod 7 = 5$ ,  $10^6 \bmod 7 = 1$ ,  $10^7 \bmod 7 = 3$ ,  $10^8 \bmod 7 = 2$ ,  $10^9 \bmod 7 = 6$ ,  $10^{10} \bmod 7 = 4$ ,  $10^{11} \bmod 7 = 5$ ,  $10^{12} \bmod 7 = 1$ ,  $10^{13} \bmod 7 = 3$ ,  $10^{14} \bmod 7 = 2$ ,  $10^{15} \bmod 7 = 6$ , et  $10^{16} \bmod 7 = 4$ .