

Examen du 12/11/2009

Durée de l'épreuve : 3 heures

L'usage des calculatrices est interdit. L'usage des documents est autorisé. Les trois exercices sont indépendants. Le barème est donné à titre indicatif. Le sujet est recto-verso.

Exercice I (6 points)

Dites ce qui est affiché à l'écran lors de l'exécution de ce programme. La justification pourra se faire au moyens de diagrammes.

```
#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>

void afficher(int n, int **T) {
    int i;
    printf("[%d] ",n);
    for (i=0;i<4;i++)
        printf("%d ",*(T[i]));
    printf("\n");
}

int main() {
    int x=1, y=2;
    int *P, *Q, **T;

    P = &x;
    Q = &y;
    T = (int**) malloc(4*sizeof(int*));
    T[0] = T[1] = Q;
    T[2] = T[3] = P;
    x = 3;
    y = 4;
    printf("[1] %d %d %d %d\n",x,y,*P,*Q);
    afficher(2,T);
    *P = 5;
    afficher(3,T);
    y = 6;
    afficher(4,T);
    Q = &x;
    afficher(5,T);
    printf("[6] %d %d %d %d\n",x,y,*P,*Q);

    return(0);
}
```

Exercice II (5 points)

Soit six urnes numérotées de 1 à 6. Soit i entier entre 1 et 6, l'urne i contient i^2 boule(s) blanche(s), i^3 boule(s) noire(s) et i^4 boule(s) rouge(s). On réalise l'expérience suivante : au moyen d'un dès à six faces on tire au hasard une urne, et on prend trois boules dans l'urne avec remise. Réaliser un programme qui simule l'expérience et qui, grâce à la loi des grands nombres, estime la probabilité d'avoir exactement trois boules rouges.

Exercice III (9 points)

On considère deux nombres réels a et b tels que $a^2 + 4b > 0$ et $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la suite numérique réelle définie par

$$\begin{cases} u_0 \in \mathbb{R} \text{ donné} \\ u_1 \in \mathbb{R} \text{ donné} \\ u_{n+1} = a u_n + b u_{n-1} \end{cases}$$

1. Faire un type `Suite` qui permet de manipuler de telles suites et une fonction `CreerSuite` qui crée une telle suite à partir de a , b , u_0 et u_1 , dont le prototype est

`Suite CreerSuite (double a, double b, double u0, double u1);`

On vérifiera que a et b satisfont bien la relation $a^2 + 4b > 0$. On arrêtera le programme dans le cas où cette relation n'est pas vérifiée.

2. Faire une fonction `SommeSuiteParticulier` qui prend comme arguments deux éléments de type `Suite` avec le même coefficient a et le même coefficient b , et retourne leur somme.
3. Dans le cas général, la somme de deux suites de type `Suite` est-il forcément une suite de type `Suite` ? Si tel est le cas programmer une fonction `SommeSuiteGeneral`, sinon démontrer que ce n'est pas possible.
4. Faire une fonction `TermeSuite` qui prend une suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ et un entier naturel n et qui retourne u_n . Le prototype sera :

`double TermeSuite (Suite u, int n);`

5. Soit r_1 et r_2 les racines du trinôme $X^2 - aX - b$. Rappelez pourquoi r_1 et r_2 sont réelles et distinctes puis démontrer par récurrence qu'il existe deux réels A et B indépendants de n tels que

$$u_n = Ar_1^n + Br_2^n$$

En déduire une fonction `estConvergente` qui prend comme argument une suite de type `Suite` et qui retourne 1 si la suite converge et 0 sinon.

6. Faire une bibliothèque contenant les fonctions précédentes. Ecrivez intégralement `suite.h`. Pour ce qui est de `suite.c`, il n'est pas utile de recopier les fonctions précédemment programmées, en revanche, il faut indiquer avec précision la place des fonctions programmées précédemment.
7. Faire un programme principal qui utilise toutes les fonctions précédentes.