

Corrections de Quizzes

Quiz #1

Correction de Quiz

- On considère

$$y'(t) = 1 - y^2(t)$$

$$y(0) = 0$$

Utiliser la méthode d'Euler avec $h=0.1$
pour calculer $y(0.2)$

Correction de Quiz

$$\begin{aligned} \blacksquare y(0.1) &\approx y(0) + h y'(0) \\ &\approx 0 + 0.1 (1-0) \\ &\approx 0.1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \blacksquare y(0.2) &\approx y(0.1) + h y'(0.1) \\ &\approx 0.1 + 0.1 (1-0.01) \\ &\approx 0.1 + 0.099 \\ &\approx 0.199 \end{aligned}$$

Correction de Quiz

- On considère

$$\begin{aligned} y'(t) &= y(t) - y^3(t) \\ y(0) &= 1 \end{aligned}$$

Utiliser la méthode d'Euler avec $h=2$
pour calculer $y(4)$

Correction de Quiz

$$\begin{aligned} \blacksquare y(2) &\approx y(0) + h y'(0) \\ &\approx 1 + 2(1+1) \\ &\approx 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \blacksquare y(4) &\approx y(2) + h y'(2) \\ &\approx 5 + 2(5+125) \\ &\approx 265 \end{aligned}$$

Corrections de Quizzes

Quiz #2

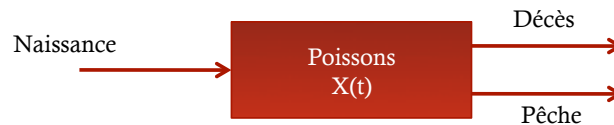
Correction de Quiz

- Dans un élevage de poissons, le taux de naissance est de 0.7 bébé / poisson / semaine, le taux de décès est de 0.2 poisson mort / poisson / semaine. On pêche 300 poissons par semaine. Il y a initialement 30000 poissons. Donner l'équation différentielle qui modélise l'évolution du nombre de poissons et la résoudre.

Correction de Quiz

- $X(t)$: quantité de poissons en t (exprimé en semaines)
- $X(0) = 30000$

Correction de Quiz



$$X(t+h) = X(t) + 0.7 h X(t) - 0.2 h X(t) - 300 h$$

$$X(t+h) - X(t) = -300 h + 0.5 h X(t)$$

$$[X(t+h) - X(t)] / h = -300 + 0.5 X(t)$$

$$X'(t) = -300 + 0.5 X(t)$$

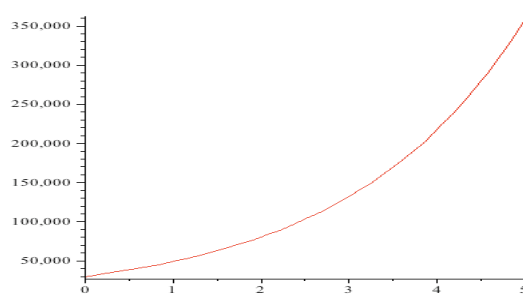
Correction de Quiz

- $X'(t) = -300 + 0.5 X(t)$
- SGESSM : $t \rightarrow C \exp(0.5 t)$
- SPEASM : $t \rightarrow 600$
- SGEASM : $t \rightarrow C \exp(0.5 t) + 600$
- $X(0) = 30000$ entraîne $C = 29400$

Conclusion : $X(t) = 29400 \exp(0.5 t) + 600$

Correction de Quiz

$$X(t) = 29400 \exp(0.5 t) + 600$$



Correction de Quiz

- Avant l'interdiction de fumer dans les lieux publics, un bar avait un extracteur de fumée qui éliminait 50% de la fumée toutes les heures. Les fumeurs apportaient 360 litres de fumée toutes les heures. A l'ouverture du bar il n'y a pas de fumée. Donner l'équation différentielle qui modélise l'évolution de la fumée dans le bar et la résoudre.

Correction de Quiz

- $X(t)$: quantité de fumée en t (exprimé en heures)
- $X(0) = 0$

Correction de Quiz



$$X(t+e) = X(t) + 360 e - 0.5 e X(t)$$

$$X(t+e) - X(t) = 360 e - 0.5 e X(t)$$

$$[X(t+e) - X(t)] / e = 360 - 0.5 X(t)$$

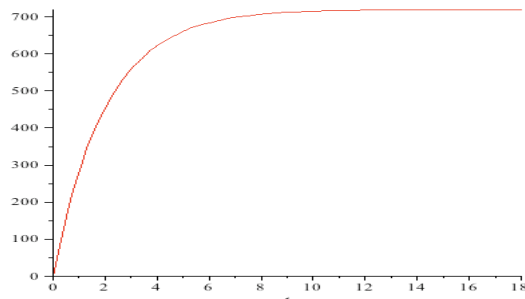
$$X'(t) = 360 - 0.5 X(t)$$

Correction de Quiz

- $X'(t) = 360 - 0.5 X(t)$
 - SGESSM : $t \rightarrow C \exp(-0.5 t)$
 - SPEASM : $t \rightarrow 720$
 - SGEASM : $t \rightarrow 720 + C \exp(-0.5 t)$
 - $X(0) = 0$ entraine $C = -720$
- Conclusion : $X(t) = 720 - 720 \exp(-0.5 t)$

Correction de Quiz

$$X(t) = 720 - 720 \exp(-0.5 t)$$



Correction de Quiz

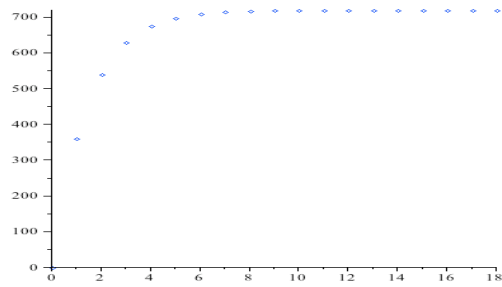
- Deuxième modélisation possible :
modélisation discrète
(autre interprétation possible de l'énoncé)
- $u_0 = 0$
- $u_{n+1} = 0.5 u_n + 360$

Correction de Quiz

- $u_{n+1} = 0.5 u_n + 360$ et $u_0 = 0$
- $v_n = u_n + a$ (donc $u_n = v_n - a$)
- $v_{n+1} = u_{n+1} + a$
 $= 0.5 u_n + 360 + a$
 $= 0.5 (v_n - a) + 360 + a$
 $= 0.5 v_n + 0.5 a + 360$
- On pose $a = -720$
- On en déduit que $v_n = v_0 \cdot 0.5^n$
- Conclusion : $u_n = -720 \cdot 0.5^n + 720$

Correction de Quiz

$$u_n = 720 - 720 \cdot 0.5^n$$



Correction de Quiz

Comparaison des deux modélisations

