Pôle Universitaire Léonard de Vinci
ESI CS 1102 – Analyse I

S1 – Année 2006-2007
Promotion ESILV 2011

Interrogation du 14/11/2006

Durée de l'épreuve : 1 heure 15

L'usage des calculatrices et des documents est interdit. Les quatre exercices sont indépendants. Le barème est donné à titre indicatif. Les réponses doivent être justifiées.

Exercice I (5 points)

Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ une suite convergente.

1. En utilisant la définition de la limite, montrer que $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est bornée.

2. Le réel $\sum_{n=0}^{N} u_n$ peut-il, dans tous les cas, être majoré par un réel indépendant de l'entier naturel N ?

Exercice II (5 points)

Soit $\alpha \in \mathbb{R}^{+*}$. Discuter selon α, la convergence de la série

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n^{\frac{1}{\sqrt{\alpha}}} + 2006}$$

Exercice III (5 points)

Redémontrer ce résultat du cours : Soit $q \in \mathbb{R}$. La série

$$\sum_{n=1}^{+\infty} q^n$$

converge si et seulement si $|q| < 1$.

Exercice IV (5 points)

Soit (u_n) une suite à termes positifs. Pour chaque question ci-dessous, on répondra et on donnera une démonstration ou un contre-exemple.

1. Si $\sum_{n=0}^{+\infty} u_n$ converge, la série $\sum_{n=0}^{+\infty} u_n^2$ est-elle convergente ?

2. Si $\sum_{n=0}^{+\infty} u_n^2$ converge, la série $\sum_{n=0}^{+\infty} u_n$ est-elle convergente ?