

Devoir 2

A rendre le 25/10/2007

On s’intéresse à une station électrique avec trois turbines hydro-électriques. La fonction qui donne la puissance électrique en fonction du flot d’eau est connue pour chaque turbine. Des vannes permettent de choisir le flot d’eau fourni à chaque turbine. L’objet de ce devoir est de déterminer les flots optimaux pour que l’énergie fournie soit maximale.

Une étude expérimentale donne les puissances suivantes exprimées en kilowatts, en fonction des flots Q_1, Q_2, Q_3 exprimés en mètres cubes par seconde. La variable Q_T est le flot total donné aux trois turbines ($Q_T = Q_1 + Q_2 + Q_3$) qui est considéré constant.

$$\begin{aligned}P_1 &= (-18.89 + 4.51Q_1 - 5.08 \cdot 10^{-2}Q_1^2)(170 - 2 \cdot 10^{-3}Q_T) \\P_2 &= (-24.51 + 4.80Q_2 - 5.85 \cdot 10^{-2}Q_2^2)(170 - 2 \cdot 10^{-3}Q_T) \\P_3 &= (-27.02 + 4.87Q_3 - 4.79 \cdot 10^{-2}Q_3^2)(170 - 2 \cdot 10^{-3}Q_T)\end{aligned}$$

Les conditions d’utilisation des turbines sont

$$\begin{aligned}7 &\leq Q_1 \leq 31 \\7 &\leq Q_2 \leq 31 \\7 &\leq Q_3 \leq 35\end{aligned}$$

Exercice I

On suppose que les trois turbines sont utilisées

1. En utilisant les multiplicateurs de Lagrange pour la contrainte $Q_1 + Q_2 + Q_3 = Q_T$, déterminer les valeurs optimales de Q_1, Q_2 et Q_3 afin que la puissance combinée des trois turbines soit maximale. Préciser le domaine de validité de votre réponse, en fonction de Q_T .
2. Pour un flot d’entrée de $70 \text{ m}^3/\text{s}$, donner les valeurs optimales des flots d’entrée dans chaque turbine. Vérifiez, numériquement que des valeurs proches mais différentes de ces valeurs optimales donnent un moins bon résultat.

Exercice II

1. Est-il possible que l’utilisation d’une seule turbine donne de meilleurs résultats que l’utilisation de trois turbines ? Faire un graphe représentant les puissances fournies, en fonction du flot d’entrée, pour $28 \text{ m}^3/\text{s}$ et $20 \text{ m}^3/\text{s}$.
2. Est-il possible que l’utilisation de deux turbines donne de meilleurs résultats pour un flot d’entrée de $42 \text{ m}^3/\text{s}$.
3. Quelles recommandations prodigueriez-vous pour un flot d’entrée de $96 \text{ m}^3/\text{s}$?