

Devoir 1

A rendre le 20/09/2007

Soit f la fonction définie de \mathbb{R}^2 dans \mathbb{R} par

$$f(x, y) = x^2 + y^2 + \cos\left(\frac{\pi}{2}x + \frac{\pi}{2}y\right) - 2xy$$

Exercice I

1. Déterminer les points critiques de f
2. Déterminer la matrice hessienne de f en chaque point critique
3. En déduire la nature de chaque point critique

Exercice II

1. La fonction f admet-elle un ou des minima ?
2. La fonction f admet-elle un ou des maxima ?
3. La fonction f admet-elle un ou des minima globaux ?
4. La fonction f admet-elle un ou des maxima globaux ?

Exercice III

1. Si f admet un ou des point-selles, déterminer les lignes séparatrices de col.
2. Esquisser les courbes de niveau au voisinage des points critiques.
3. Au moyen d'un ordinateur, dessiner la surface représentant f . Justifiez le choix du repère et de l'angle de vue.