Pôle Universitaire Léonard de Vinci
CS 203 – Langage C

S5 – Année 2005-2006
Promotion ESILV 2008

Feuille d'exercices 3

Applications

Exercice I

Soit f la fonction de $\mathbb{N}^*$ dans $\mathbb{N}^*$ définie par

$$f(n) = \begin{cases} n/2 & \text{si} \quad n \text{ est pair} \\ 3n+1 & \text{si} \quad n \text{ est impair} \end{cases}$$

Les suites (u_n) définies par $u_{n+1} = f(u_n)$ s'appellent suites de Syracuse. La conjecture de Collatz[1] dit que

$$\forall u_0 \in \mathbb{N}^*,\ \exists N \in \mathbb{N}^*,\ u_N = 1$$

Vérifier cette conjecture pour u_0 parmis les 1000 premiers entiers.

Exercice II

On se donne une fonction continue f (dans le programme vous pourrez tester avec $g(x) = x^2$) et deux réels a et b (dans le programme vous pourrez tester avec $a = 1$ et $b = 2$). Donnez une valeur approchée de

$$\int_a^b g(x)\,dx$$

au moyen de la méthode des trapèzes,

Exercice III

On lance une pièce de monnaie 10 fois de suite. Réaliser un programme qui estime les probabilités suivantes.

- Obtenir 3 faces exactement ?
- Obtenir 3 faces au plus ?
- Obtenir 3 faces au moins ?

Comparer avec les résultats trouvés l'année dernière en MF 100.

[1] Lothar Collatz, mathématicien allemand du XXe siècle, conjectura en 1937 que toute suite de Syracuse atteignait la valeur 1. Il contribua également de manière importante à l'analyse numérique et aux équations aux dérivées partielles.

Lothar Collatz (1910–1990)

Exercice IV

Soient deux urnes d'apparence identique. L'urne 1 contient 700 boules rouges et 300 boules blanches, l'urne 2 contient 300 boules rouges et 700 boules blanches. L'expérience suivante a été réalisée :

1. On tire à pile ou face l'une des deux urnes, c'est cette urne que l'on considère desormais.
2. On choisit successivement, *avec remise* 12 boules dans l'urne
3. On considère l'expérience réussie si l'on a tiré 4 boules blanches et 8 boules rouges dans l'ordre suivant
$$R\ B\ R\ R\ B\ R\ R\ R\ B\ B\ R\ R$$

Au moyen d'un programme, déterminez la probabilité de réussir l'expérience

Exercice V

L'objet de cet exercice est de mettre en place un type nombres rationnels `Q` afin de pouvoir faire des opérations exactes sur ces nombres.

1. Un nombre rationnel sera stocké sous la forme d'un type structuré avec deux champs : `N` pour le numérateur et `D` pour le dénominateur. Donnez les instructions permettant de créer ce type.

2. Faire une fonction `creerQ` qui prend comme argument deux entiers et retourne le nombre rationnel correspondant.

3. Faire une fonction `afficherQ` qui prend comme argument un nombre rationnel et l'affiche à l'écran (l'affichage peut se faire sur une ligne ou sur trois, à votre convenence).

4. Faire une fonction `approximerQ` qui prend comme argument un nombre rationnel et retourne un réel double précision l'approximant.

5. Faire une fonction `egalQ` qui prend comme arguments deux nombres rationnels et retourne 1 s'ils sont égaux et 0 sinon.

6. Faire une fonction `produitQ` qui prend comme arguments deux nombres rationnels et retourne leur produit.

7. Faire une fonction `divisionQ` qui prend comme arguments deux nombres rationnels, le deuxième étant non nul, et retourne leur quotient.

8. Faire une fonction `sommeQ` qui prend comme arguments deux nombres rationnels et retourne leur somme.

9. Faire une fonction `irreductibleQ` qui prend comme arguments un nombre rationnels et retourne un nombre rationnel égal sous forme irréductible.

10. Faire un programme qui simplifie l'expression suivante

$$\frac{\frac{1}{2}+\frac{1}{4}}{\frac{2}{9}+\frac{1}{7}}$$

affiche la fraction irréductible correspondante et une valeur approchée.