Pôle Universitaire Léonard de Vinci
ESI CS 3906 – Contrôle actif de structures

S10 – Année 2006-2007
Promotion ESILV 2007

Interrogation du 11/01/2007

Durée de l'épreuve : 45 minutes

L'usage des documents est autorisé, l'usage des calculatrices est interdit. Les trois exercices sont indépendants. Le barème est donné à titre indicatif.

Exercice I (6 points)

Soit $\Omega \subset \mathbb{R}^2$ la surface moyenne d'une plaque et A définie sur $L^4(\Omega)$ par

$$A(u) = \int_\Omega u^4 \, d\Omega$$

Calculer la dérivée de Gâteaux de A dans la direction d'un test $\hat{u}$.

Exercice II (8 points)

Soit $\Omega \subset \mathbb{R}^2$ la surface moyenne d'une plaque, α un réel et ϕ_α l'application définie sur $L^2(\Omega)\times L^2(\Omega)$ par

$$\forall (u,v) \in L^2(\Omega) \times L^2(\Omega),\ \phi_\alpha(u,v) = \int_\Omega \alpha uv \, d\Omega$$

Dans les questions suivantes, on discutera selon α lorsque cela est nécessaire

1. L'application ϕ_α est-elle bilinéaire, symétrique ?

2. L'application ϕ_α est-elle continue sur $L^2(\Omega) \times L^2(\Omega)$?

3. L'application ϕ_α est-elle coercive sur $L^2(\Omega) \times L^2(\Omega)$?

Exercice III (6 points)

Considérons n un entier naturel supérieur ou égal à 3. Soit $\Omega \subset \mathbb{R}^n$ et $(\phi, \psi) \in L^2(\Omega) \times L^2(\Omega)$ tel que

i) $\frac{\partial \phi}{\partial x_1} \in L^2(\Omega)$

ii) $\forall i \in [\![2, n]\!],\ \frac{\partial \psi}{\partial x_i} \in L^2(\Omega)$

iii) $\exists i_0 \in [\![2, n]\!],\ \frac{\partial \psi}{\partial x_1} + \frac{\partial \phi}{\partial x_{i_0}} \in L^2(\Omega)$

A-t'on $\psi \in H^1(\Omega)$? Faire une démonstration ou donner un contre-exemple.