Pôle Universitaire Léonard de Vinci
ESI CS 3906 – Contrôle actif de structures

S10 – Année 2006-2007
Promotion ESILV 2007

Feuille d'exercices 3

Modèle de Kirchhoff

Exercice I

Etudier les propriétés des formes bilinéaires intervenant dans le modèle de Kirchhoff.

Exercice II

On considère une fonction w suffisamment régulière satisfaisant les conditions d'encastrement du modèle de Kirchhoff. On utilise les notations introduites en cours. Démontrer les égalités suivantes en utilisant la formule de Green[1] si nécessaire.

1. $\int_0^\tau \int_\Omega \Delta w \, \Delta \langle m, \nabla w \rangle = \int_0^\tau \int_\Omega (\Delta w)^2 + \frac{1}{2} \int_0^\tau \int_\Gamma \langle m, n \rangle \, (\Delta w)^2$

2. $\int_0^\tau \int_\Gamma \Delta w \frac{\partial}{\partial n} \langle m, \nabla w \rangle = \int_0^\tau \int_\Gamma \langle m, n \rangle \, (\Delta w)^2$

Exercice III

Soit $\phi \in H_0^2(\Omega)$, montrer qu'il existe des constantes λ_0 et c telles que

$$\left\| \langle m, \nabla \phi \rangle - \frac{1}{2}\phi \right\|^2_{L^2(\Omega)} \leq \frac{1}{\lambda_0^2} \|\Delta \phi\|^2_{L^2(\Omega)} \quad \text{et} \quad \left\| \nabla \langle m, \nabla \phi \rangle - \frac{1}{2}\nabla \phi \right\|^2_{L^2(\Omega)} \leq c^2 \|\Delta \phi\|^2_{L^2(\Omega)}$$

Exercice IV

Soit $\Omega = [0,1] \times [0,1]$ de frontière Γ et de normale extérieure n. Déterminer l'ensemble

$$\Gamma_0(x_0) = \{x \in \Gamma \mid \langle x - x_0, n(x) \rangle \geq 0\}$$

lorsque $x_0 = (-1, \frac{1}{2})$ et lorsque $x_0 = (2, 2)$.

[1] George Green, mathématicien et physicien anglais du XIXe siècle, est l'auteur d'un essai sur l'application de l'analyse mathématique aux théories de l'électricité et du magnétisme, paru en 1828. Ce document introduit de nombreux concepts importants comme la formule de Green ou les fonctions de Green. Aucun portrait de George Green n'est connu.

George Green (1793–1841)