

Feuille d'exercices 3

Applications

Exercice I

En utilisant le crible d'Eratosthène¹ trouver tous les nombres premiers entre 2 et 1000. (On créera un tableau des entiers de 2 à 1000. Le nombre 2 est premier, on sait que tous les multiples de 2 ne le sont pas. Le nombre premier suivant est 3, on sait que tous ses multiples ne le sont pas. Le nombre premier suivant est 5, et ainsi de suite...)

Exercice II

Une société de distributeurs automatiques vous demande de faire une fonction dont le prototype est

```
void RenduMonnaie (int PrixArticle, int MontantPaye);
```

Les variables `PrixArticle` et `MontantPaye` représentent respectivement le prix de l'article acheté et le montant mis dans la machine, exprimés en centimes d'euros. On suppose que le client a mis suffisamment d'argent dans la machine pour obtenir l'article et que distributeur automatique accepte seulement les pièces de 2 euros, 1 euro, 50 centimes, 20 centimes et 10 centimes. On supposera que le distributeur dispose toujours d'un nombre suffisant de pièces pour rendre la monnaie.

La fonction `RenduMonnaie` doit afficher à l'écran la liste des pièces rendues, en minimisant leur nombre. Par exemple `RenduMonnaie(430,570)` doit donner :

```
Rendre 0 piece(s) de 2.00 euro(s)
Rendre 1 piece(s) de 1.00 euro(s)
Rendre 0 piece(s) de 0.50 euro(s)
Rendre 2 piece(s) de 0.20 euro(s)
Rendre 0 piece(s) de 0.10 euro(s)
```

Faire un programme principal utilisant `RenduMonnaie`.

¹Eratosthène, mathématicien grec du III^e siècle avant notre ère, fut bibliothécaire à Alexandrie. Parmi ses nombreux travaux on notera une méthode de résolution mécanique de la duplication du cube et le calcul de l'inclinaison de l'écliptique (plan des planètes du système solaire) par rapport au plan équatorial terrestre. Eratosthène est également célèbre pour son crible, permettant de reconnaître les nombres premiers.



Eratosthène de Cyrène (276–196 avant J.C.)

Exercice III

Les numéros de sécurité sociale français sont composés de 13 chiffres (Le cas des individus nés en Corse n'est pas considéré) répartis en 6 groupes. Le premier groupe comporte un chiffre, il indique le sexe de l'individu : 1 ou 7 pour les hommes et 2 ou 8 pour les femmes. Le deuxième groupe indique les deux derniers chiffres de son année de naissance. Le troisième groupe est son mois de naissance exprimé avec deux chiffres. Le quatrième groupe représente son département de naissance ou 99 si l'individu est né à l'étranger. Le cinquième groupe comporte 3 chiffres, il indique la commune de naissance ou le pays étranger. Enfin le sixième groupe comporte 3 chiffres, il indique le numéro d'enregistrement sur le registre.

Afin d'éviter les erreurs de transcriptions, le numéro de sécurité sociale N_0 est souvent accompagné d'une clef à deux chiffres comprise entre 1 et 97. Il s'agit d'une somme de contrôle C qui à la propriété suivante : $N_0 + C$ est divisible par 97.

1. Soit N_1 le nombre à 7 chiffres constitué par les 4 premiers groupes et N_2 le nombre à 6 chiffres constitués par les 2 derniers groupes. Pour $i \in \{0, 1, 2\}$ notons R_i le reste de la division de N_i par 97. On sait que $10309 \times 97 = 999973$. Montrer que $R_0 = 27R_1 + R_2 \pmod{97}$.
2. Faire une fonction `clef` qui prend en argument un numéro de sécurité sociale et retourne la clef. Le numéro de sécurité sociale pourra être passé à la fonction au moyen de ses 7 premiers chiffres et de ses 6 derniers.
3. Faire un programme qui demande à l'utilisateur son numéro de sécurité sociale, puis indique la clef, dit si l'individu est un homme ou une femme, et dit s'il est né en France ou à l'étranger. Un exemple est donné ci dessous. On suppose que le numéro entré par l'utilisateur est correct.

```
Entrez le numero de securite sociale en separant les 6 groupes par un espace.  
2 55 01 99 404 001  
La clef associee a ce numero est 81  
L'individu est une femme  
L'individu est ne a l'etranger
```

Exercice IV

On note \mathcal{M} l'ensemble de Mandelbrot, composé des nombres complexes K tels que la suite $(z_n)_{n \geq 0}$ définie ci-après soit bornée

$$\begin{cases} z_{n+1} = z_n^2 + K \\ z_0 = 0 \end{cases}$$

1. Définir un type complexe et les fonctions `CreerComplexe`, `PartieReelle`, `PartieImaginaire`, `SommeComplexe`, `ProduitComplexe`, `ModuleComplexe` et `AfficherComplexe`.
2. En considérant qu'une suite $(z_n)_{n \geq 0}$ de complexes est bornée ssi les modules des 250 premiers termes sont inférieurs à 4, créer une fonction `prend` K en argument et qui retourne 0 si $K \notin \mathcal{M}$ et 1 si $K \in \mathcal{M}$.
3. Ecrire un programme principal qui demande 4 réels x_1, y_1, x_2, y_2 et deux entiers n_1, n_2 et qui écrit à l'écran les nombres de la grille suivante qui appartiennent à \mathcal{M} .

$$\left\{ \left(x_1 + j \frac{x_2 - x_1}{n_1} \right) + i \left(y_1 + l \frac{y_2 - y_1}{n_2} \right) \ ; \ 0 \leq j \leq n_1, 0 \leq l \leq n_2 \right\}$$