Pôle Universitaire Léonard de Vinci
CS 202 – Introduction à l'optimisation

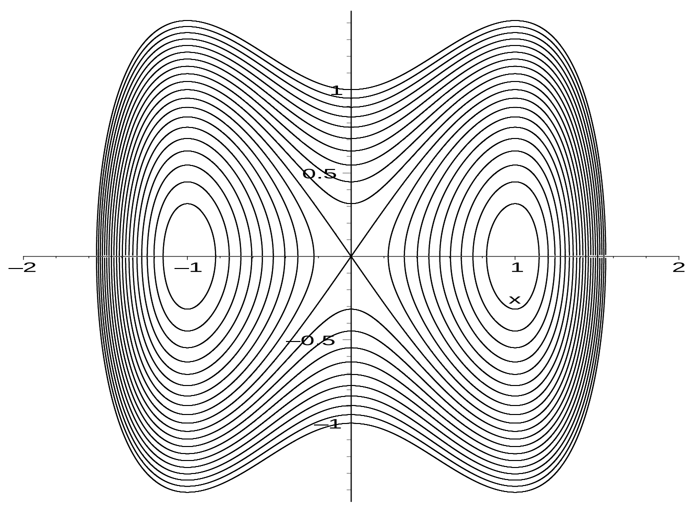
S5 – Année 2003-2004
Promotion ESILV 2006

# Devoir 2

*A rendre le 3/11/2003*

## Exercice I

On considère la fonction $f$ définie de $\mathbb{R}^2$ dans $\mathbb{R}$, par $f(x, y) = x^4 - 2x^2 + y^2$, déjà étudiée dans le devoir 1 qui a des minima en $(-1, 0)$ et $(1, 0)$. Soit $R \in ]0, +\infty[$, notons $B_R$ le disque fermé de centre $(0, 0)$ de rayon $R$ et $\partial B_R$ le cercle de centre $(0, 0)$ de rayon $R$. Au moyen des courbes de niveau ci-dessous, trouver graphiquement les points $(x, y) \in B_R$ qui minimisent $f(x, y)$. Discuter selon $R$ le cas échéant.




## Exercice II

On conserve les notations de l'exercice I et on suppose $R \in ]0, 1]$. On appelle "contrainte" la contrainte d'appartenance à $B_R$.

**1.** Expliciter les ensembles $B_R$ et $\partial B_R$.

**2.** Démontrer que les extrema de $f$ satisfaisant la contrainte sont sur le cercle $\partial B_R$.

**3.** Déterminer les 4 extrema de $f$ satisfaisant la contrainte.

**4.** Trouver les multiplicateurs de Lagrange associés aux 4 extrema trouvés.

## Exercice III

On conserve les notations de l'exercice I et on suppose $R > 1$. Déterminer les extrema de $f$ satisfaisant la contrainte d'appartenance à $B_R$. Discuter selon $R$ le cas échéant.