

Pour la question 3 on a

$$\begin{aligned}B_0^3(t) &= (1-t)^3 \\B_1^3(t) &= 3t(1-t)^2 \\B_2^3(t) &= 3t^2(1-t) \\B_3^3(t) &= t^3\end{aligned}$$

On a $\gamma(t) = P_0B_0^3(t) + P_1B_1^3(t) + P_2B_2^3(t) + P_3B_3^3(t)$. Par suite

$$\gamma(t) = \begin{pmatrix} 6(1-t)^2t + 6(1-t)t^2 + 4t^3 \\ 6(1-t)t^2 + 2t^3 \end{pmatrix}$$

$$\gamma(t) = \begin{pmatrix} 4t^3 - 6t^2 + 6t \\ -4t^3 + 6t^2 \end{pmatrix}$$

Ainsi la question 4 se résoud facilement :

$$\gamma'(t) = \begin{pmatrix} 12t^2 - 12t + 6 \\ -12t^2 + 12t \end{pmatrix}$$

$$\gamma'(1/2) = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \end{pmatrix}$$

qui est un vecteur directeur de la tangente en $\gamma(1/2)$.