

Interrogation du 9/10/2002

Durée de l'épreuve : 1 heure 15

L'usage des calculatrices et des documents est interdit. Les trois exercices sont indépendants. Le barème est donné à titre indicatif.

Exercice I (8 points)

Considérons la fonction f définie de \mathbb{R}^2 dans \mathbb{R} par

$$f(x, y) = x^6 + y^6 - 6xy + 6$$

1. Trouver les points critiques de f
2. Indiquer la nature de chaque point critique trouvé
3. Esquisser les courbes de niveau de la fonction f en indiquant les lignes séparatrices de col s'il y a un point selle.

Exercice II (6 points)

Considérons la fonction f définie de $\mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}$ dans \mathbb{R} par

$$f(x, y) = \sqrt{x} y^2$$

1. Faire le développement limité de f à l'ordre 1 au voisinage de $(100; 10)$
2. En déduire une valeur approchée de $f(100.1; 10.01)$.

Exercice III (6 points)

Soit a et b dans l'ensemble $\{-1; 1\}$ et $f_{a,b}$ les fonctions définies de \mathbb{R}^2 dans \mathbb{R} par

$$f_{a,b}(x, y) = 1 + ax^2 + by^2 + x^3y^3$$

Déterminer a et b pour que les courbes de niveau au dos de ce sujet correspondent aux courbes de niveau de f .

