

Interrogation du 3/10/2000

correction de l'épreuve

Exercice I

Les polynômes de Lagrange s'écrivent :

$$\begin{aligned}l_0(x) &= \frac{1}{2}(x-2)(x-3) \\l_1(x) &= -(x-1)(x-3) \\l_2(x) &= \frac{1}{2}(x-1)(x-2)\end{aligned}$$

Le polynôme d'interpolation est donc le suivant :

$$P(x) = (x-2)(x-3) - 4(x-1)(x-3) + 4(x-1)(x-2)$$

Exercice II

1. La courbe de Bézier s'écrit dans la base de Bernstein :

$$\begin{aligned}\gamma(t) &= B_0^2(t)P_0 + B_1^2(t)P_1 + B_2^2(t)P_2 \\ \gamma(t) &= (1-t)^2P_0 + 2t(1-t)P_1 + t^2P_2\end{aligned}$$

2. En appliquant l'algorithme de De Casteljau, on obtient :

$$\begin{aligned}P_0^1(t=1/2) &= \frac{1}{2}(P_0 + P_1) = (1/2, 1/2) \\ P_1^1(t=1/2) &= \frac{1}{2}(P_1 + P_2) = (3/2, 1/2) \\ P_0^2(t=1/2) &= \frac{1}{2}(P_0^1 + P_1^1) = (1, 1/2)\end{aligned}$$

3. On en déduit l'allure de la courbe, sachant qu'elle passe par les points P_0 , P_2 , P_0^2 , et que les segments $[P_0, P_1]$, $[P_1, P_2]$, et $[P_0^1, P_1^1]$ sont tangents à la courbe aux points correspondant respectivement à $t=0$, $t=1$, et $t=\frac{1}{2}$.

