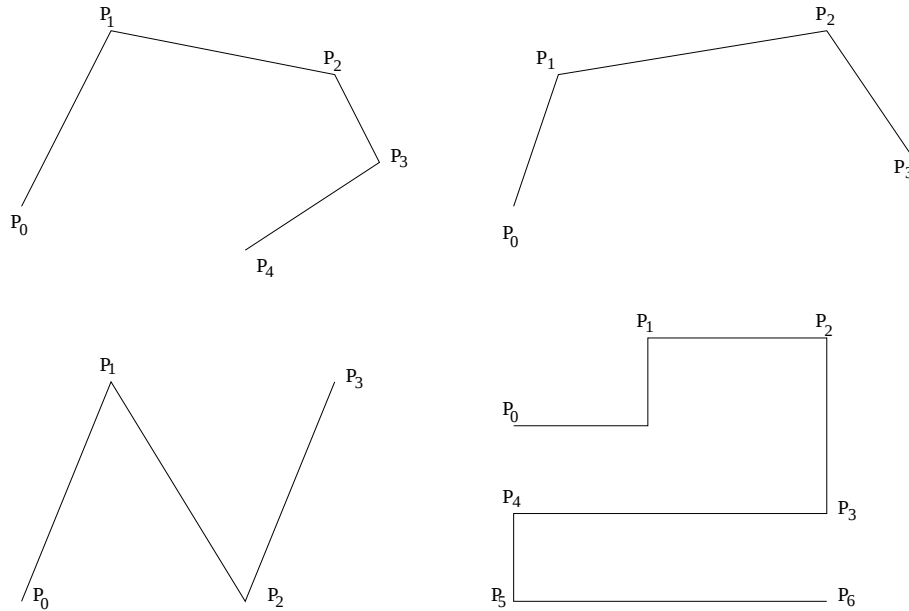


Feuille d'exercices 5

Courbes de Bézier

Exercice I

Tracer l'allure générale de la courbe de Bézier¹ passant par les points de contrôle donnés, dans les cas suivants



¹Pierre Bézier, mathématicien français contemporain, fit sa carrière à la régie Renault où il entre en 1933. Les années 50 voient l'avènement de la fabrication des automobiles par des machines-outils perfectionnées (c'est la grande époque des 4cv vendues à un million d'exemplaires) et il fallait mettre au point des processus fiables et précis dans l'élaboration des carrosseries. Les courbes et surfaces de Bézier, permettant l'usage de machines à commande numérique, virent le jour en 1960. Cette année-là marque le début de ce que l'on appelle aujourd'hui la CAO (Conception Assistée par Ordinateur). A la base, l'idée fut de lisser par une méthode mathématique simple, une courbe tracée à main-levée par les dessinateurs industriels. On notera une polémique sur la paternité de ces courbes que certains attribuent à Paul de Casteljau. Il travaillait à la même époque chez Citroën mais la peur de l'espionnage chez ce dernier constructeur fit que ce sont les résultats de Bézier qui furent diffusés. Les courbes de Bézier sont aussi utilisées dans beaucoup d'autres domaines, y compris dans les fontes vectorielles de caractères.



Pierre Etienne Bézier (1910–1999)

Exercice II

On considère les points de contrôle P_0, P_1, P_2, P_3 dont les coordonnées dans le plan sont $(0, 0)$, $(0, 1)$, $(1, 1)$, $(1, 0)$.

1. Construire à l'aide de l'algorithme de Casteljau les points de la courbe de Bézier $\gamma(t)$ correspondant aux paramètres $t = \frac{1}{4}$, $t = \frac{1}{2}$, $t = \frac{3}{4}$. En déduire l'allure de la courbe.
2. Faire un programme modulaire qui calcule les points de la courbe de Bézier $\gamma(t)$ correspondant aux paramètres $t = \frac{k}{16}$ pour k entier compris entre 0 et 16. Pour $k \in \{4; 8; 12\}$ comparez vos résultats avec ceux de la question 1.
3. Donner une représentation paramétrique de $\gamma(t)$ à l'aide des polynômes de Bernstein. Retrouvez la représentation graphique obtenue au 1.
4. Construire les courbes des dérivées $\frac{d\gamma}{dt}(t)$ et $\frac{d^2\gamma}{dt^2}(t)$ pour $t \in [0, 1]$.

Exercice III

Refaire l'exercice II avec les points de contrôle P_0, P_1, P_2, P_3 dont les coordonnées sont $(0, 0)$, $(1, 0)$, $(0, 1)$, $(1, 1)$.

Exercice IV

Refaire l'exercice II avec les points de contrôle P_0, P_1, P_2, P_3 dont les coordonnées sont $(0, 0)$, $(1, 1)$, $(0, 1)$, $(1, 0)$.

Exercice V

Programmer l'algorithme de Casteljau dans le cas général.