

Feuille d'exercices 4

Algorithmes d'interpolation

Exercice I

On considère la fonction $f(x) = \cos x$, et on donne le tableau suivant :

x_i	0.1	0.2	0.3	0.4
$\cos x_i$	0.99500	0.98007	0.95534	0.92106

1. Calculer une valeur approchée de $f(0.23)$ en utilisant le polynôme d'interpolation de Lagrange¹ de degré 1, puis celui de degré 2.
2. Calculer l'erreur d'interpolation commise pour chacun des cas.

Exercice II

1. Calculer une valeur approximative de $f(9)$ avec le polynôme d'interpolation basé sur $f(2) = 3$, $f(3) = 8$, $f(10) = 12$.
2. La valeur $f(10) = 12$ est erronée ; la valeur corrigée de $f(10)$ est $12 + \epsilon$, avec ϵ proche de 0. De combien cela modifie-t-il l'approximation de $f(9)$? Une petite erreur de $f(10)$ influe-t-elle peu ou beaucoup sur l'approximation de $f(9)$?

Exercice III

Déterminer l'équation générale de la parabole passant par les points $(a, f(a))$, $(b, f(b))$, $(c, f(c))$.

Exercice IV

1. Calculer le coût d'évaluation du polynôme d'interpolation de Lagrange.
2. Même question pour le polynôme d'interpolation de Newton.

¹Joseph-Louis Lagrange, mathématicien italien puis français, du XVIIIe et XIXe siècle. Il travailla dans les années 1790 au système métrique et enseigna à l'Ecole Polytechnique dont il participa à la fondation. Il excella dans toutes les disciplines d'analyse, de théorie des nombres et de mécanique celeste. En 1788 il publia *Mécanique analytique* qui est célèbre pour l'utilisation des équations différentielles. La mécanique devient alors une branche des mathématiques. En 1797 il publia la première théorie des fonctions d'une variable réelle.



Joseph-Louis Lagrange (1736–1813)