

Interrogation du 7/3/2001

Durée de l'épreuve : 1 heure 15

L'usage des calculatrices et des documents est interdit. Les trois exercices sont indépendants. Le barème est donné à titre indicatif. Ce sujet doit être rendu avec votre copie.

Exercice I (5 points)

Le socle d'un aquarium (cet aquarium est parallélépipédique droit) est constitué d'acier inoxydable, l'épaisseur du socle est de 1cm. Les côtés sont en verre et l'aquarium n'a pas de couvercle. Le mètre cube de cet acier coûte 5000 € et la plaque d'un mètre carré de verre coûte 10 €. Les autres coûts (soudures, etc...) sont fixes, ils sont de 50 €. On négligera l'épaisseur des parois dans le calcul du volume de l'aquarium. Donner la fonction à maximiser pour trouver le volume maximal de l'aquarium lorsqu'on dispose d'un budget de 400 €. (On ne demande pas de maximiser cette fonction).

Exercice II (6 points)

1. Est-il possible qu'une fonction C^∞ de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$ ait deux minimums locaux différents et pas de maximum local ? Donner un exemple ou démontrer que cela est impossible.
2. Est-il possible qu'une fonction C^∞ de $\mathbb{R}^2$ dans $\mathbb{R}$ ait deux minimums locaux différents et pas de maximum local ? Donner un exemple ou démontrer que cela est impossible.

Exercice III (9 points)

On considère la fonction de deux variables réelles

$$f(x, y) = \frac{(x^2 - y)^3}{3} - 2x^2 + y$$

1. Quels sont les points critiques de cette fonction
2. Indiquez la nature de chaque point critique
3. L'une des quatre figures au verso représente les lignes de niveau de la fonction f , dans un repère qu'on a oublié de dessiner, mais dont les axes sont choisis selon les conventions habituelles : axe des x horizontal dirigé vers la droite, axe des y vertical dirigé vers le haut. Dites laquelle des quatre figures est la bonne et dessinez le repère. Assurez-vous de rendre le sujet avec votre copie.

Figure 1

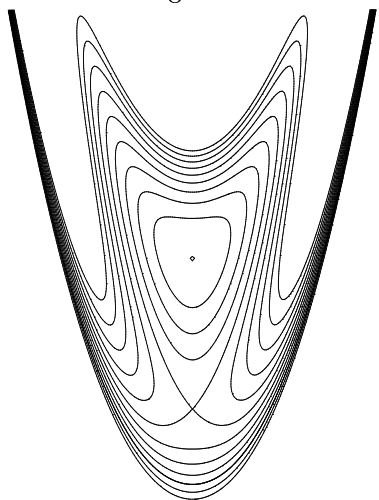


Figure 2

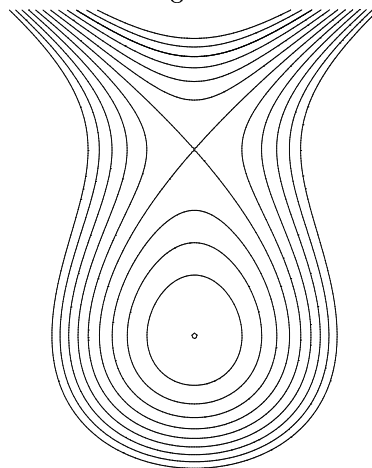


Figure 3

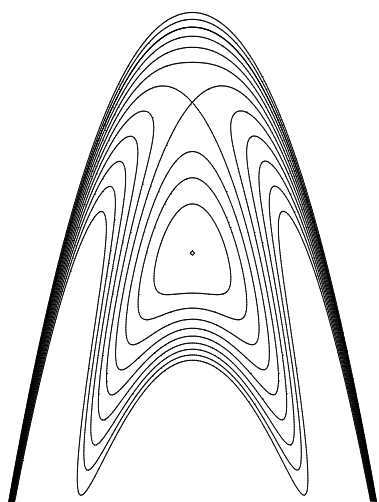


Figure 4

